

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA NATUREZA
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

**ELEMENTOS DE GEOMETRIA PLANA E ESPACIAL NO ENEM:
UM PARALELO COM A BNCC**

CADHIMEIL MACÁRIO CABRAL

João Pessoa – Paraíba

Setembro de 2019

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA NATUREZA
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

CADHIMEIL MACÁRIO CABRAL

**ELEMENTOS DE GEOMETRIA PLANA E ESPACIAL NO ENEM:
UM PARALELO COM A BNCC**

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado à Coordenação do curso
de Licenciatura em Matemática da
Universidade Federal da Paraíba, como
requisito parcial para obtenção do título
de licenciado em Matemática.

Orientadora: Profa. Dra Rogéria
Gaudencio do Rêgo

João Pessoa – Paraíba

Setembro de 2019

Catálogo na publicação
Seção de Catalogação e Classificação

C117e Cabral, Cadhimeil Macario.

ELEMENTOS DE GEOMETRIA PLANA E ESPACIAL NO ENEM: UM
PARALELO COM A BNCC / Cadhimeil Macario Cabral. - João
Pessoa, 2019.

44 f. : il.

Orientação: ROGÉRIA GAUDENCIO DO RÊGO RÊGO.
Monografia (Graduação) - UFPB/CCEN.

1. ENEM. 2. PENSAMENTO GEOMÉTRICO E MÉTRICO. 3. BNCC.
I. RÊGO, ROGÉRIA GAUDENCIO DO RÊGO. II. Título.

UFPB/CCEN

CADHIMEIL MACÁRIO CABRAL

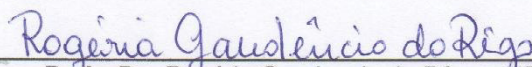
**ELEMENTOS DE GEOMETRIA PLANA E ESPACIAL NO ENEM:
UM PARALELO COM A BNCC**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal da Paraíba, como requisito parcial para a obtenção do título de licenciado em Matemática.

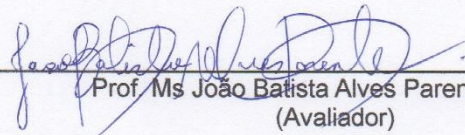
Orientadora: Profa. Dra Rogéria Gaudencio do Rêgo

Aprovada em: 23 / 09 /2019.

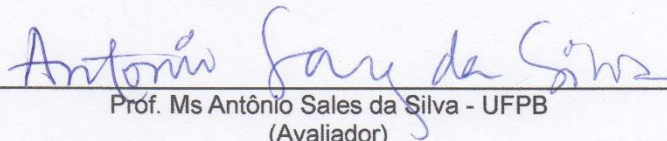
BANCA EXAMINADORA



Profa. Dra Rogéria Gaudencio do Rêgo - UFPB
(Orientadora)



Prof. Ms João Batista Alves Parente - UFPB
(Avaliador)



Prof. Ms Antônio Sales da Silva - UFPB
(Avaliador)

Dedico esse trabalho a todos
os meus familiares e amigos,
os quais me apoiaram nessa
jornada.

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar quero agradecer ao Senhor Deus por ter me dado à vida, força, capacidade, estratégias para enfrentar os desafios durante a minha vida e inteligência para concluir o curso de Licenciatura em Matemática. Com várias dificuldades e obstáculos pude superá-los e chegar até aqui.

A toda a minha família; aos meus pais, Aldinete Macário Cabral e José Cabral da Silva Neto, que investiram o máximo que puderam na minha educação, tanto como pessoa quanto aos meus estudos no geral, e a minha irmã, Adnna Macário.

Também quero agradecer a todos os diretores e professores por onde estudei na Educação básica; professora Mônica, da escola Ebenézer; Eurides, do colégio Betel; e Malaquias, da Academia de Comércio. Também agradeço a todos os professores que contribuíram para o meu crescimento nos estudos, em especial, o falecido Cristóvão, o qual me mostrou a beleza da matemática e a quem eu admirava muito. Também ao professor de história do ensino médio, João Carlos, que sempre me apoiou e apostou em mim, dizendo que eu conseguiria ingressar na UFPB.

Agradeço a todos os professores do Ensino superior, em especial aos professores de matemática, Rogéria Gaudêncio (Orientadora), uma excelente profissional; João Batista Alves Parente; Antônio Sales; Nilza; Bruno Ribeiro; Elisandra; Joaquim; Jacqueline Rojas; Jorge e Damião.

Não poderia deixar de agradecer as amizades que foram construídas em todo esse processo, por isso agradeço a Allif Santos; Gabriel Freitas; Isabel Alves; Rafael Brito; Thiago Davidson; Plínio Martins; Edson Rafael; Marcelo Miranda; Joalyton Domingos e Herman Sihler.

E uma das pessoas mais importantes da minha vida, minha namorada Beatriz Targino, que sempre esteve comigo durante os momentos bons e difíceis do curso, me incentivando a não desistir tão facilmente e a continuar até a conclusão do mesmo. Sou grato por tudo isso e também por fazer todos os meus dias cada vez mais belos.

RESUMO

O presente trabalho teve como objetivo principal analisar os principais assuntos de Geometria plana e espacial propostos em questões de Matemática do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) e as relações que possuem com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC). No decorrer do texto apresentamos a temática da nossa pesquisa, Geometria plana e espacial, começando pela necessidade de se medir ou calcular formas presentes na Terra e seguimos com a importância do pensamento geométrico e métrico para a formação dos alunos da educação básica. Realizamos apontamentos necessários ao ensino de geometria na educação básica (Ensino fundamental aos anos finais e Ensino Médio) de acordo com a BNCC. Apresentamos um recorte histórico do ENEM, desde a sua criação e quais seus objetivos iniciais até a estrutura atual. Realizamos um levantamento do número de questões que envolvem o pensamento geométrico e métrico presente nas provas do ENEM nos últimos cinco anos, contudo, focamos nossa pesquisa na avaliação do ano de 2018, realizando resoluções e comentários das questões que envolvem os pensamentos geométrico e métrico, comparando-os e relacionando-os com a Base Nacional Comum Curricular. Os resultados obtidos apontam que a maioria das questões do ENEM envolve assuntos que são abordados ainda no ensino fundamental do sexto ao nono ano e que muitas habilidades da BNCC já foram contempladas na avaliação de Matemática na edição do Exame que analisamos.

Palavras-chave: ENEM; Pensamento geométrico e métrico; BNCC.

ABSTRACT

The present work had as main objective to analyze the main subjects of Flat and Spatial Geometry proposed in Mathematics questions of the Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) and their relations with the Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Throughout the text we present the theme of our research, Flat and Spatial Geometry, starting with the need to measure or calculate shapes present on the Earth and we continue with the importance of geometric and metric thinking for the formation of students of basic education. We make necessary notes for the teaching of geometry in basic education (elementary school in the final years and high school) according to the BNCC. We present a historical outline of ENEM, since its creation and its initial objectives until the current structure. We conducted a survey of the number of issues involving geometric and metric thinking present in ENEM tests over the past five years, however, we focus our research on the 2018 assessment, making resolutions and commenting on issues involving geometric and metric thinking, comparing them and relating them to the Base Nacional Comum Curricular. The results show that most ENEM questions involve subjects that are still addressed in elementary school from the sixth to ninth grade and that many BNCC skills have already been contemplated in the Mathematics assessment in the edition of the Exam that we analyzed.

Key-words: ENEM; Geometric and metric thinking; BNCC

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Movimento da Haste.	28
Figura 2. Questão 150.....	28
Figura 3. Representação da questão 150.	29
Figura 4. Questão 155.....	30
Figura 5. Questão 165.....	32
Figura 6. Questão 170.....	33
Figura 7. Questão 174.....	35
Figura 8. Questão 144.....	36
Figura 9. Questão 154.....	38
Figura 10. Questão 160.....	39
Figura 11. Questão 178.....	41

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1.....	22
Gráfico 2.....	23

SUMÁRIO

1. UMA BREVE APRESENTAÇÃO DA TEMÁTICA DA NOSSA PESQUISA	10
1.1. Apresentando a temática: Geometria plana e espacial	10
1.2. Objetivos de nossa pesquisa	11
1.3. Considerações metodológicas	12
1.4. A estrutura do presente trabalho	13
2. GEOMETRIA E GRANDEZAS E MEDIDAS NA BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR.	14
2.1. Geometria e Grandezas e Medidas na Base Nacional Comum Curricular: expectativas gerais.	14
2.2. O ENEM: BREVE RECORTE HISTÓRICO E ESTRUTURA ATUAL	20
3. APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS DADOS DA NOSSA PESQUISA	24
3.1. ANÁLISE DAS QUESTÕES RELATIVAS A CONTEÚDOS DE GEOMETRIA PLANA	25
3.1.1. Análise da questão 136	25
3.1.2. Análise da questão 137	27
3.1.3. Análise da questão 150	28
3.1.4. Análise da Questão 155	30
3.1.5. Análise da Questão 165	31
3.1.6. Análise da Questão 170	33
3.1.7. Análise da Questão 174	34
3.2. ANÁLISE DAS QUESTÕES RELATIVAS A CONTEÚDOS DE GEOMETRIA ESPACIAL	36
3.2.1. Análise da Questão 144	36
3.2.2. Análise da Questão 154	38
3.2.3. Análise da Questão 160	39
3.2.4. Análise da Questão 178	40
CONSIDERAÇÕES FINAIS	42
REFERÊNCIAS	44

1. UMA BREVE APRESENTAÇÃO DA TEMÁTICA DA NOSSA PESQUISA

1.1. Apresentando a temática: Geometria plana e espacial

Desde tempos remotos a humanidade procura calcular medidas em ações do cotidiano, associadas a formas geométricas diversas, como no caso da construção de monumentos históricos bastante complexos, como a pirâmide de Queóps no Egito antigo, ou em coisas bem mais simples, como a área de um terreno retangular, atividade que era de interesse dos povos mesopotâmicos. Hoje não é diferente, precisamos estar continuamente calculando medidas de coisas que têm formatos diversos.

Passa-se despercebido, mas para um construtor forrar um piso de uma casa, com cerâmica, ele precisa saber da área do piso e da área de uma peça de cerâmica se ele estiver pensando no cálculo exato e também em fins econômicos.

Estes foram apenas alguns dos inúmeros exemplos da aplicação da Geometria no cotidiano, associada ao campo das Grandezas e Medidas, ou seja, usamos cotidianamente muito conhecimento geométrico e métrico, que muitos pensam que só se aprende para fazer uma prova de Matemática. Porém, Van de Walle (2009, p.438) afirma: “A Geometria no ensino fundamental (EF, de CA a 8ª série) finalmente está sendo considerada com mais seriedade. A Geometria costumava ser o capítulo descartado ou empurrado para o final do ano letivo”.

O mesmo autor alerta, porém, que em relação às medidas, pesquisas internacionais apontam que os estudantes têm desempenho pior ao lidarem com conteúdos desse campo do que em relação a qualquer outro campo da Matemática. Para ele, esse quadro relativo ao pensamento métrico pode ser explicado “[...] em função de como o assunto é ensinado – muita confiança em figuras e exercícios em vez de experiências manipulativas e um enfoque em habilidades com menos atenção aos conceitos de medida”. (VAN DE WALLE, 2009, p.404).

Neste trabalho identificamos e analisamos os principais assuntos de Geometria, incluindo os que foram associados com o campo das Grandezas e Medidas, que foram explorados no Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) dos últimos cinco anos, com foco de estudo nas questões do ano de 2018, tomando como referência de análise a Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

Na análise das questões levantamos os conhecimentos matemáticos demandados para resolvê-las, em especial dos conhecimentos geométricos e métricos, pelas razões que apresentamos no Capítulo teórico de nosso trabalho, e apresentamos possíveis resoluções.

A razão de escolhermos a Geometria plana e espacial como objeto central de estudo do nosso trabalho, em primeira instância foi por uma identificação pessoal com o campo geométrico; em segundo lugar, queríamos enfatizar a importância do pensamento geométrico para a formação dos estudantes, e a aplicabilidade do pensamento geométrico e métrico no cotidiano, como nas construções, embalagens, rodovias, divisões de áreas, enfim, ressaltarmos a presença da Geometria no mundo.

No tocante ao nosso tema de investigação, as principais questões de nossa pesquisa foram: Quais os principais temas abordados no ENEM sobre geometria plana e espacial? Qual o paralelo que podemos estabelecer entre esses temas e a BNCC?

1.2 Objetivos de nossa pesquisa

Ecoando as questões citadas no parágrafo anterior, temos como norte de nosso trabalho o seguinte Objetivo Geral: Identificar os temas de Geometria Plana e Espacial (GPE) explorados com maior frequência no Exame Nacional do Ensino Médio, incluindo os associados ao pensamento métrico, e suas relações com a BNCC.

Com intenção de atingir esse objetivo, realizamos os seguintes objetivos específicos:

- Fazer um levantamento das questões de Geometria Plana e Espacial nas provas do ENEM aplicadas do ano de 2014 ao ano de 2018;

- Identificar conteúdos e habilidades relativas ao pensamento geométrico, (incluindo os que demandam o pensamento métrico) (demandadas) exigidas em cada questão, na prova do ENEM 2018;
- Analisar a relação existente entre as habilidades (demandas) nas questões e a BNCC.

Para alcançarmos nossos objetivos, desenvolvemos uma investigação de acordo com os critérios metodológicos presentes no próximo item.

1.3 Considerações metodológicas

Considerando o tema principal exibido, nosso trabalho é de natureza qualitativa, uma vez que nos preocupamos com a interpretação do fenômeno dando ênfase ao significado das suas práticas, tendo em vista uma maior interpretação dos textos. (JEZINE, 2007).

Além disso, caracteriza-se como um estudo documental. Em se tratando da característica documental, Jezine afirma que:

Pesquisa documental: é a pesquisa feita a partir de documentos colhidos em fontes primárias (cartas, registros, jornais, autobiografias), ou seja, dados originais que estão em contato direto com o pesquisador. Ou em dados secundários, que são os registros já feitos por outras pessoas, o que não diminui sua relevância. (JEZINE, 2007, p.56)

Nessa perspectiva analisamos a prova do ENEM de 2018 realizando resoluções das questões que envolvem o pensamento métrico e geométrico e levantamos o número de questões que envolvem tais tipos de pensamento matemático nas avaliações dos anos de 2014 até 2018, do qual tratamos de maneira mais geral neste presente trabalho de pesquisa.

Nosso alvo está em apresentar os principais temas de Geometria Plana e Espacial que são abordados no ENEM e sua relação com a BNCC, bem como algumas possíveis resoluções e análise de questões, identificando também as habilidades da Base demandadas em cada item.

A pesquisa foi realizada por meio de uma análise documental de provas do ENEM. Foi feito um levantamento do número de questões que envolvem o

pensamento geométrico e métrico das provas do Exame, entre os anos de 2014 e 2018, incluindo ambos.

Com base no levantamento que realizamos, constatamos que a grande maioria das questões propostas pelo Exame não é de natureza puramente geométrica, envolvem também conceitos de Grandezas e Medidas. Neste trabalho damos ênfase às questões do ano de 2018, pelas razões que expomos adiante.

Em relação ao Exame de 2018, fizemos uma análise das questões separadamente, correlacionando-as com as habilidades necessárias para resolução das mesmas, de acordo com a BNCC, quando apontamos os principais temas que estão presentes em cada item.

1.4 A estrutura do presente trabalho

O presente trabalho está organizado em três Capítulos. No primeiro Capítulo trazemos uma breve exposição acerca do tema que foi escolhido, pontuando os objetivos e a metodologia adotada em nossa pesquisa.

No segundo Capítulo, tratamos da fundamentação teórica de nossa investigação, adotando como referência central um documento que rege a atual educação básica brasileira que é a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e outros trabalhos que abordam o tema em questão.

No terceiro Capítulo explanamos, analisamos e discutimos as questões do ENEM, tendo em vista uma análise de acordo com as habilidades demandadas em cada item, considerando como referência a BNCC. Finalmente, encerramos o trabalho com as Considerações Finais sobre a pesquisa realizada.

2. GEOMETRIA E GRANDEZAS E MEDIDAS NA BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR.

2.1 Geometria e Grandezas e Medidas na Base Nacional Comum Curricular: expectativas gerais.

A Geometria é um campo muito importante para a formação do aluno. Segundo Van de Walle (2009), uma vez que o pensamento geométrico é bem compreendido, ele fornece auxílios importantes nas outras áreas curriculares e os alunos devem aproveitá-lo se utilizá-los. Além disso, os conhecimentos geométricos têm muitas aplicações no cotidiano.

As aplicações da Geometria no cotidiano dependem muito da vivência do aluno com as situações no decorrer do seu dia a dia, e tais experiências auxiliarão os estudantes em seu crescimento matemático como afirmam Rêgo, Rêgo e Gaudêncio Júnior (2018):

É, portanto, a partir da exploração de elementos ligados a realidade do aluno que as primeiras noções relativas aos elementos geométricos podem ser trabalhadas, incorporando-se sua experiência pessoal com os elementos do espaço e sua familiarização com as formas bi e tridimensionais, e interligando-as aos conhecimentos numéricos, métricos e algébricos que serão construídos. (RÊGO, RÊGO; GAUDÊNCIO JÚNIOR 2018, p.23).

Então, ao estudar Geometria o aluno não se desenvolve apenas em relação a um conteúdo específico, mas também em outras áreas da Matemática que são de suma importância para seu crescimento acadêmico e crítico. A Geometria, além de possuir conexões com várias áreas da Matemática, como, Números e Álgebra, dentre outras, está estreitamente relacionada ao campo das Grandezas e Medidas.

Compreendendo que o campo da Geometria possui relações com outras áreas de atuação curricular e do cotidiano, de acordo com a BNCC (2016), podemos afirmar que a Geometria e o pensamento geométrico são de suma importância para a formação do aluno.

A Geometria envolve o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver

problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento. Assim, nessa unidade temática, estudar posição e deslocamentos no espaço, formas e relações entre elementos de figuras planas e espaciais pode desenvolver o pensamento geométrico dos alunos. (BRASIL, 2018, p.271)

No contexto de nossa análise, iremos tratar de dois campos de pensamento: o pensamento geométrico e o pensamento métrico, pois, em um levantamento preliminar das questões envolvendo Geometria Plana e Espacial, do ENEM, pudemos observar que elas demandavam conhecimento das duas áreas destacadas.

Com o levantamento efetuado, constatamos um número de questões bastante próximo nos cinco últimos anos consecutivos de 2014 até 2018 que envolvem os dois pensamentos citados anteriormente: em 2014 foram quinze questões; em 2015 doze questões; em 2016 dez questões; 2017 treze questões; e em 2018, onze questões.

Apesar de o ENEM ser aplicado a estudantes concluintes do Ensino Médio, a maioria das questões envolve conteúdos abordados nos últimos quatro anos do Ensino Fundamental (6º ao 9º anos) e, por essa razão, iremos tratar dos dois níveis no presente texto.

Em relação aos anos finais do Ensino Fundamental, sobre a perspectiva do que se esperar da Geometria nesses anos A BNCC, informa:

[O] ensino de Geometria precisa ser visto como consolidação e ampliação das aprendizagens realizadas. Nessa etapa, devem ser enfatizadas também as tarefas que analisam e produzem transformações e ampliações/ reduções de figuras geométricas planas, identificando seus elementos variantes e invariantes, de modo a desenvolver os conceitos de congruência e semelhança. (BRASIL, 2018, p.272)

Este conjunto de temas a serem tratados no Ensino Fundamental deve proporcionar aos alunos o desenvolvimento de um raciocínio que lhe capacite visualizar e dominar estratégias diferentes para resolver problemas e justificar seus resultados. Com isso, o ensino de Geometria não deve se limitar apenas à memorização de nomenclaturas e definições, mas compreender as propriedades das formas e das relações entre elas, sabendo aplicá-las em

demonstrações formais, situações práticas e em outras áreas de conhecimento.

Podemos observar que grande parte das habilidades demandadas pela Base, tais como o cálculo de áreas, de volume, de ângulos, entre outros são do campo de Grandezas e Medidas, porém, tais conteúdos não podem ser separados da Geometria, em virtude de utilizar as formas geométricas como base de cálculo em grande parte dos problemas.

Os conteúdos explorados nas aulas de Geometria na Educação Básica existem há muito tempo, mas precisam ser compreendidos pelos estudantes (BRASIL, 2018). Compreender o funcionamento das ferramentas geométricas para obter resultados esperados ou solucionar problemas é produto do desenvolvimento do pensamento geométrico. Entender a resolução de uma questão e saber aplicá-la em situações distintas ajuda muito mais à formação do estudante do que memorizar uma fórmula para resolver várias questões semelhantes.

Em se tratando de Grandezas e Medidas nos anos finais do Ensino Fundamental (6º ao 9º ano), a Base informa:

As medidas quantificam grandezas do mundo físico e são fundamentais para a compreensão da realidade. Assim, a unidade temática Grandezas e Medidas, ao propor o estudo das medidas e das relações entre elas – ou seja, das relações métricas –, favorece a integração da Matemática a outras áreas de conhecimento, como Ciências (densidade, grandezas e escalas do Sistema Solar, energia elétrica etc.) ou Geografia (coordenadas geográficas, densidade demográfica, escalas de mapas e guias etc.). (BRASIL, 2018, p.273).

Além disso, a unidade temática de Grandezas e Medidas está diretamente relacionada à de Geometria, uma vez que inúmeros problemas dessa unidade temática envolvem questões de conversões de unidades, medidas de ângulos dentre outros conhecimentos de natureza métrica.

No Ensino Fundamental – Anos Finais, a expectativa é a de que os alunos reconheçam comprimento, área, volume e abertura de ângulo como grandezas associadas a figuras geométricas e que consigam resolver problemas envolvendo essas grandezas com o uso de unidades de medida padronizadas mais usuais. (BRASIL, 2018, p. 273).

No tocante aos temas de Grandezas Medidas e Geometria que estão propostos na BNCC, estes são de suma importância para o desenvolvimento, tanto escolar (pensamento geométrico e métrico) quanto no desenvolvimento do senso crítico (situações que envolvem tais assuntos no cotidiano).

O trabalho com os pensamentos geométrico e métrico em sala de aula envolve a exploração de temas que exigem raciocínio lógico, visual e dedutivo do aluno e pode gerar o interesse dos estudantes, em razão da aplicabilidade de conhecimentos dessa natureza em problemas envolvendo figuras planas e espaciais e as unidades apresentadas no campo métrico.

Como destacam os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (BRASIL, 1998, p.51):

O estudo da Geometria é um campo fértil para trabalhar com situações-problema e é um tema pelo qual os alunos costumam se interessar naturalmente. O trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula o aluno a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades etc.

Em relação ao campo das Grandezas e Medidas, o mesmo documento ressalta (BRASIL, 1998, pp.51-52):

Este bloco caracteriza-se por sua forte relevância social devido a seu caráter prático e utilitário, e pela possibilidade de variadas conexões com outras áreas do conhecimento. Na vida em sociedade, as grandezas e as medidas estão presentes em quase todas as atividades realizadas. Desse modo, desempenham papel importante no currículo, pois mostram claramente ao aluno a utilidade do conhecimento matemático no cotidiano.

Na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) sobre os dois temas tratados neste trabalho, em relação aos anos finais do Ensino Fundamental, o documento afirma que:

Em relação ao pensamento geométrico, eles desenvolvem habilidades para interpretar e representar a localização e o deslocamento de uma figura no plano cartesiano, identificar transformações isométricas e produzir ampliações e reduções de figuras. Além disso, são solicitados a formular e resolver problemas em contextos diversos, aplicando os conceitos de congruência e semelhança.

No que se refere a Grandezas e Medidas, os estudantes constroem e ampliam a noção de medida, pelo estudo de diferentes grandezas, e obtêm expressões para o cálculo da medida da área de superfícies planas e da medida do volume de alguns sólidos geométricos. (BRASIL, 2018, p.527)

De acordo com a BNCC, os conteúdos do Ensino Fundamental estão organizados por **unidades de conhecimentos** (áreas da Matemática – Números; Álgebra; Geometria; Grandezas e Medidas; Estatística e Probabilidade). A cada unidade de conhecimento estão associados diversos **objetos de conhecimentos** (descrição dos temas) que definem as **habilidades** correspondentes (conhecimentos de domínio do estudante).

Podemos acompanhar um exemplo desse tipo de organização, pelo exemplo presente no Quadro 1.

Quadro 1. Exemplo de organização das Unidades de Matemática no Ensino Fundamental na BNCC

UNIDADE DE CONHECIMENTO	OBJETO DE CONHECIMENTO	HABILIDADES
Geometria	Plano cartesiano: associação dos vértices de um polígono a pares ordenados	(EF06MA16) Associar pares ordenados de números a pontos do plano cartesiano do 1º quadrante, em situações como a localização dos vértices de um polígono.

Fonte: BRASIL, 2018, p.302-303

Como podemos observar pelo texto presente no Quadro 1, cada habilidade possui um código correspondente, significando, no caso do exemplo destacado no Quadro 1: EF (Ensino Fundamental); 06 (6º ano); MA (Matemática);16 (16ª habilidade elencada para o 6º ano).

No Ensino Médio o sistema de organização da Matemática é diferente, sendo definidas cinco competências, destacadas no Quadro 2, sendo cada competência associada a um conjunto de habilidades.

Quadro 2. Competências Matemáticas para o Ensino Médio, na BNCC

Competências	Descrição
COMPETÊNCIA ESPECÍFICA 01	Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação geral.
COMPETÊNCIA ESPECÍFICA 02	Propor ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas sociais, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, mobilizando e articulando conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática.
COMPETÊNCIA ESPECÍFICA 03	Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.
COMPETÊNCIA ESPECÍFICA 04	Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas.
COMPETÊNCIA ESPECÍFICA 05	Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas.

Fonte: BRASIL, 2018, p.531.

Como destaca a BNCC,

[N]o Ensino Médio, na área de Matemática e suas Tecnologias, os estudantes devem consolidar os conhecimentos desenvolvidos na etapa anterior e agregar novos, ampliando o leque de recursos para resolver problemas mais complexos, que exijam maior reflexão e abstração. Também devem construir uma visão mais integrada da Matemática, da Matemática com outras áreas do conhecimento e da aplicação da Matemática à realidade. (BRASIL, 2018, p.471).

Ou seja, nesse nível de escolaridade a Matemática deve ajudar os estudantes não apenas a desenvolverem suas habilidades de resolução de questões que serão propostas no ENEM, mas também para a aplicação da Matemática no dia a dia e em outras áreas de conhecimento. Uma formação

matemática adequada será de suma importância para sua inserção cidadã na sociedade.

2.2 O ENEM: BREVE RECORTE HISTÓRICO E ESTRUTURA ATUAL

O Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) tem como objetivo avaliar o desempenho dos estudantes no fim da Educação Básica nas diversas áreas de conhecimento da Educação Básica. Realizado pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP) desde 1998, hoje o ENEM constitui a principal forma de acesso à Educação Superior, juntamente com o Sistema de Seleção Unificada (SISU); o Programa de Universidades para todos (PROUNI); o Fundo de Financiamento Estudantil (FIES) e convênios com instituições portuguesas. (<http://portal.inep.gov.br/web/guest/enem>).

Em 1998 o ENEM contou com 157.221 inscrições e com 115.575 participantes no dia 20 de agosto. Embora as notas do ENEM fossem válidas como forma de ingresso para apenas duas instituições de ensino superior, à época, as provas foram aplicadas em 184 municípios brasileiros. (<http://portal.inep.gov.br/web/guest/enem/historico>).

Um ano depois o ENEM ganhou mais espaço dentre as Instituições de Ensino Superior, passando de apenas duas para 93 as que utilizavam o Exame como forma de ingresso, ocorrendo sua aplicação em 162 municípios. Já no ano 2000 houve um investimento em acessibilidade, quando o ENEM abriu vagas para 376 pessoas com necessidades especiais e contou com 390.180 inscritos, dos quais 65% eram alunos recém-concluintes do Ensino Médio.

No ano de 2013 o exame já era adotado por quase todas as instituições de ensino superior como critério de seleção e houve aplicação da prova em 1.661 municípios. No ano seguinte, o ENEM passou a ser aceito pelas Universidades de Coimbra e Algarve, em Portugal. Em 2018 o Exame completou 20 anos de existência ganhando um logotipo comemorativo, além de documentário histórico e mini documentários. Além destes dados, podemos encontrar mais sobre o histórico do ENEM o portal do INEP. (<http://portal.inep.gov.br/web/guest/enem/historico>).

Em relação à estrutura do ENEM, podemos observar que ele ocorre em uma série de etapas a serem cumpridas pelos estudantes, tendo início com o lançamento do Edital, que esse ano (2019) foi publicado no dia 25 de março, no qual constam as datas referentes às demais etapas: pedido da taxa de isenção; data da inscrição; e data da aplicação da prova.

Além das datas e etapas do processo seletivo nacional o Inep afirma com mais clareza sobre outros fatos da estrutura do ENEM:

O Enem é aplicado em dois domingos, tradicionalmente em novembro. Os participantes fazem provas de Linguagens, Códigos e suas Tecnologias; Ciências Humanas e suas Tecnologias; Ciências da Natureza e suas Tecnologias; Matemática e suas Tecnologias, que somam 180 questões. Os participantes também são avaliados por meio de uma redação, que exige o desenvolvimento de um texto dissertativo-argumentativo a partir de uma situação-problema. A Política de Acessibilidade e Inclusão do Inep garante três tipos de atendimento e mais de 13 recursos de acessibilidade. (<http://portal.inep.gov.br/web/guest/enem>)

No tocante à aplicação das provas, estas ocorrem em dois domingos, da seguinte maneira: no primeiro domingo são, além da redação, aplicadas as provas de Linguagens, Códigos e suas Tecnologias; Ciências Humanas e suas Tecnologias. No segundo domingo temos as provas de Ciências da Natureza e suas Tecnologias; Matemática e suas Tecnologias. A previsão de divulgação do gabarito, em 2019, está prevista para o dia 13 de novembro e encerrada as etapas do ENEM, inicia-se a espera pela data de inscrição no Sistema de Seleção Unificada (SISU).

Nosso estudo bibliográfico constou do estudo da documentação já citada, relacionada à Educação Básica, a exemplo dos PCN e da BNCC, e de um levantamento das questões que envolvem os assuntos de Grandezas e Medidas e Geometria nas provas dos anos de 2014 a 2018, verificando a quantidade de questões nos anos indicados.

Iniciando com o ano de 2014, observamos um total de 15 (quinze) questões; em 2015 foram 12 (doze) questões; em 2016 tivemos um total de 10 (dez) questões; em 2017 foram 13 (treze) questões e, finalmente, no ano de 2018 temos um total de 11 (onze) questões. Nossa análise se deu, de modo aprofundado, em todas as questões de 2018, apontando as habilidades

demandadas pelas mesmas, tendo como material de direcionamento a Base Nacional Comum Curricular.

Analisando o quadro dos últimos cinco anos, realizamos um gráfico (Gráfico 1) para visualizarmos e melhor expor o número de questões de Matemática que envolviam o pensamento métrico e geométrico, nas provas do ENEM no período de 2014 a 2018.

Gráfico 1. Número de questões do ENEM (2014 – 2018) envolvendo pensamento geométrico e métrico

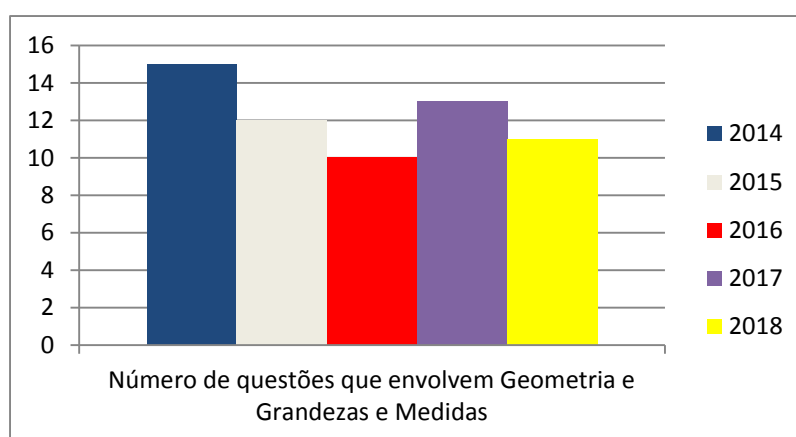


Gráfico 1

Fonte: Produção do autor

Sendo assim, de acordo com os dados apresentados, temos uma média de 12,2 questões por ano, que envolvem os dois temas abordados na presente pesquisa. Considerando o percentual de questões que tratam dos temas destacados em relação à quantidade total de questões de Matemática, no ano de 2018 temos os seguintes quantitativos: 27,73% das questões envolvem pensamento métrico e geométrico e 72,27% das questões envolvem pensamentos de outras áreas específicas da Matemática.

Fazemos essa ressalva porque o cálculo de áreas de figuras geométricas, por exemplo, envolve operações aritméticas com números naturais, decimais, irracionais e outros, embora não seja esse o foco da habilidade cobrada na questão.

O número de questões que envolvem o pensamento geométrico e métrico se destaca no ENEM, uma vez que chega a quase 30% de todas as questões da prova de Matemática. Em termos de percentuais gerais, as

questões de Geometria e Grandezas e Medidas chegam à aproximadamente 6,8% do total de questões presentes na prova do ENEM, como indicado no Gráfico 2, considerando todas as áreas avaliadas.

Gráfico 2. Percentual de questões de Geometria e Grandezas e Medidas, em relação a outras questões do ENEM.

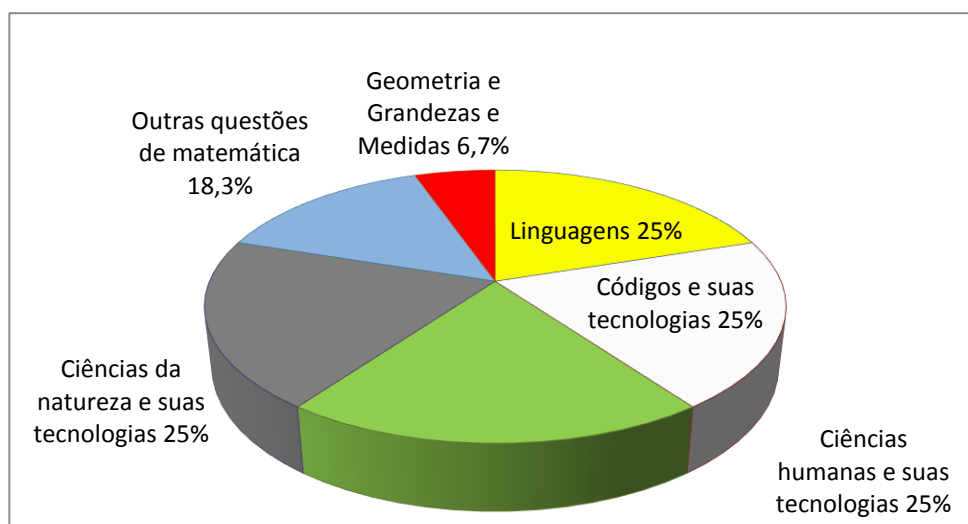


Gráfico 2

Fonte: Produção do autor

O último gráfico proporciona visualizarmos o destaque do quantitativo das questões de Geometria e Grandezas e Medidas, de maneira geral, em relação ao total de questões propostas no ENEM, estando incluindo nesse universo, as questões diretamente envolvidas com a relação entre o pensamento geométrico e métrico que constituíram foco de nosso estudo.

3. APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS DADOS DA NOSSA PESQUISA

Dividimos a análise das questões discutidas em nosso trabalho em duas partes, sendo a primeira com as questões que envolvem conteúdos de Geometria Plana e a segunda parte com as questões de Geometria Espacial. Todas as questões são da prova do ENEM do ano de 2018, caderno cinza, de múltipla escolha, com cinco itens de indicação para as alternativas.

De acordo com dados divulgados no endereço do INEP(http://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/downloads/2018/preskit/presskit_enem-resultados2018.pdf), na área de Matemática e suas Tecnologias, as proficiências médias alcançadas pelos candidatos que compareceram à prova foram: Proficiência Média Geral: 535,5 pontos; Proficiência Mínima (menor pontuação): 360 pontos; Proficiência Máxima (maior pontuação): 996,1 pontos.

A Proficiência Média dos Concluintes em 2018 foi: 533,4 pontos; a Proficiência Média de Egressos (concluintes em anos anteriores): 533,9 pontos; e a Proficiência Média de Treineiros (alunos do 1º ou 2º Anos do Ensino Médio): 553,4 pontos. Em termos gerais, os resultados apontam um aumento da média de acertos, em relação aos resultados obtidos no ano de 2017 (518,5 pontos) e em relação aos nove anos anteriores.

Na análise das questões de Matemática do ENEM 2018, apresentada em seguida, após o enunciado de cada questão, destacamos as habilidades demandadas na resolução da questão, considerando como fonte de referência a BNCC, além de desenvolvermos comentários sobre cada solução.

Vale destacar que, apesar do ENEM ser aplicado a alunos que concluíram ou estão concluindo o Ensino Médio, muitas questões envolvem conhecimentos de Matemática do Ensino Fundamental. De acordo com estudo realizado pelo SAS Plataforma de Educação, 75% das questões de Matemática do ENEM envolvem conteúdos desse nível. Isso ocorre na maior parte das

habilidades envolvidas nas questões que analisamos como veremos em seguida.

3.1 ANÁLISE DAS QUESTÕES RELATIVAS A CONTEÚDOS DE GEOMETRIA PLANA

3.1.1 Análise da questão 136

A primeira questão de nossa pesquisa continha o seguinte enunciado: *Uma empresa de construção comprou um terreno de formato retangular por R\$ 700 000,00. O terreno tem 90 m de comprimento e 240 m de largura. O engenheiro da empresa elaborou três projetos diferentes para serem avaliados pela direção da construtora, da seguinte maneira:*

Projeto 1: dividir o terreno em lotes iguais de 45 m x 10 m, sem ruas entre os lotes, e vender cada lote por R\$ 23 000,00;

Projeto 2: dividir o terreno em lotes iguais de 20 m x 30 m, deixando entre lotes ruas de 10 m de largura e 240 m de comprimento, e vender cada lote por R\$ 35 000,00;

Projeto 3: dividir o terreno em lotes iguais de 35 m x 20 m, deixando entre lotes ruas de 20 m de largura e 240 m de comprimento, e vender cada lote por R\$ 45 000,00.

A direção da empresa decidiu dividir o terreno e utilizar o projeto que permitirá o maior lucro, sendo que este será igual ao valor obtido pela venda dos lotes, menos o valor da compra do terreno. Nesse caso, o lucro da construtora, em real, será de:

- A) 380 000,00*
- B) 404 000,00*
- C) 1 104 000,00*
- D) 1 120 000,00*
- E) 1 460 000,00*

Fazendo um paralelo com a BNCC (BRASIL, 2018), as habilidades demandadas no campo da Geometria fazem parte das habilidades (EF06MA18) e (EF06MA21), que são, respectivamente, “[...] reconhecer, nomear e comparar polígonos” e “[...] construção de figuras planas semelhantes”. E no campo de Grandezas e Medidas são: EF06MA24 e

EF06MA28, que, respectivamente, tratam do “[...] cálculo de área” e “[...] interpretação, desenho, descrição de planta baixa simples e vistas aéreas”.

No problema, uma empresa comprou um terreno de formato retangular com as medidas 90m x 240m, por R\$700 000,00. Como o objetivo é encontrar qual dos três projetos resultaria num maior lucro para a construtora, analisaremos os três. Mas, antes vamos calcular a área total do terreno. Como se trata de um retângulo, temos $90 \times 240 = 21600\text{m}^2$.

O primeiro projeto consta em dividir o terreno em lotes iguais de 45m x 10m, sem ruas entre eles e vender cada lote por R\$23 000,00. Portanto, temos que cada terreno possui área igual a $10 \times 45 = 450\text{m}^2$. Por não possuir ruas no interior do terreno, temos que dividir a área total pela área de um lote descobrindo o número de lotes no interior do terreno geral o que resulta em $21600 \div 450 = 48$ lotes.

O segundo projeto consta em dividir o terreno em lotes iguais de 20m x 30m = 600m^2 , deixando entre os lotes ruas de 10m x 240m = 2400m^2 e a venda de cada lote por R\$35 000,00. Portanto, vamos subtrair da área total a área das ruas, no caso, duas ruas, Daí, $21600 - (2 \times 2400) = 16.800\text{ m}^2$ é a área restante disponível para os lotes, o que resulta em $16.800 \div 600\text{m}^2 = 28$ lotes.

O terceiro projeto consta em dividir o terreno em lotes iguais de 35m x 20m = 700m^2 , deixando entre eles ruas de 20m x 240m = 4800m^2 e a venda de cada lote por R\$45 000,00. Portanto, subtraindo a área total pela área das ruas temos que $21600\text{m}^2 - 4800\text{m}^2 = 16800\text{m}^2$ disponíveis para os lotes. O que resulta em $16800 \div 700 = 24$ lotes.

Logo, analisando os lotes e os valores finais de cada lote, por projeto, seguem as seguintes receitas:

Projeto 1: 48 lotes x R\$23 000,00 = R\$1.104 000,00

Projeto 2: 28 lotes x R\$35 000,00 = R\$980.000,00.

Projeto 3: 24 lotes x R\$45 000,00 = R\$1.080 000,00

Como foram gastos R\$700 000,00 reais para a compra do terreno, o lucro consta em subtrair o total das vendas pelo custo inicial do terreno. Daí decorre que:

Projeto 1: R\$1.104 000,00 – R\$700 000,00 = 404 000,00

Projeto 2: R\$980.000,00 – R\$700 000,00 = 280.000,00.

Projeto 3: R\$1.080 000,00 – R\$700 000,00 = 380 000,00

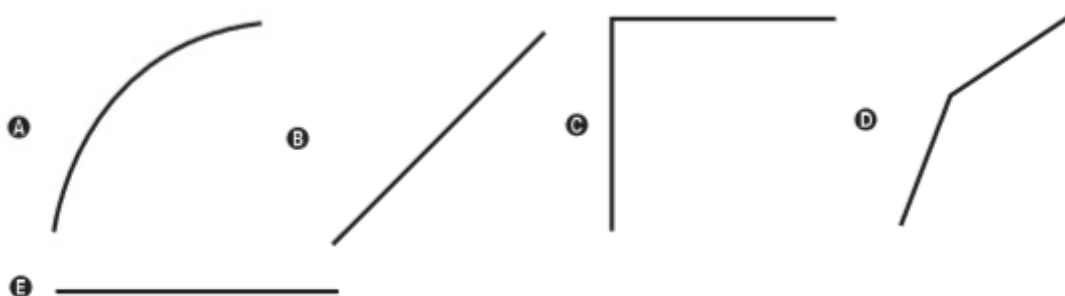
O maior lucro seria obtido, portanto, com o segundo projeto, portanto, a resposta correta é a alternativa B.

3.1.2 Análise da questão 137

A Questão 137 da prova cinza do ENEM 2018 contava com o seguinte enunciado: *Uma torneira do tipo 1/4 de volta é mais econômica, já que seu registro abre e fecha bem mais rapidamente do que o de uma torneira comum. A figura de uma torneira do tipo 1/4 de volta tem um ponto preto marcado na extremidade da haste de seu registro, que se encontra na posição fechado, e, para abri-lo completamente, é necessário girar a haste 1/4 de volta no sentido anti-horário. Considere que a haste esteja paralela ao plano da parede.*



Qual das imagens representa a projeção ortogonal, na parede, da trajetória traçada pelo ponto preto quando o registro é aberto completamente?



Esta questão trata da planificação do movimento feito pela haste da torneira e a observação da trajetória descrita pelo ponto situado na parte superior da haste, no plano da parede. Para facilitar a resolução desse problema vamos imaginar que a haste da torneira fique posicionada em cima de uma folha de papel.

Como a resolução desta questão pode ser feita por observação visual da representação do movimento da haste, faremos a sequência de imagens com esse movimento, como indicado na Figura 01.

Figura 01. Sequência de movimentos da haste (Questão 137).

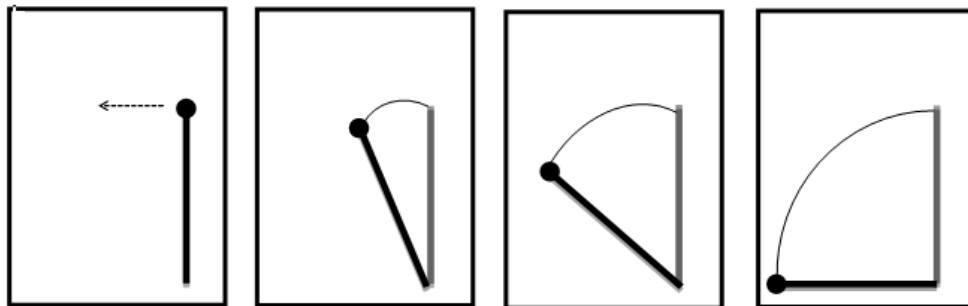


Figura 1. Movimento da Haste.

Fonte: Produção do autor

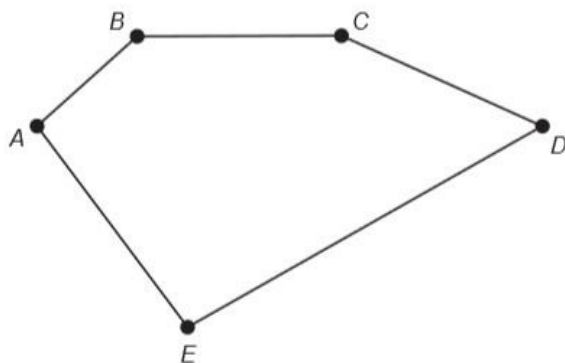
Observando o desenho da trajetória descrita pelo ponto na extremidade superior da haste, temos como resposta a alternativa A. Fazendo um paralelo com a BNCC (BRASIL, 2018), a habilidade demandada na resolução da questão é: (EF09MA17) que trata de vistas ortogonais de figuras.

3.1.3 Análise da questão 150

Para analisarmos a próxima questão, destacamos inicialmente seu enunciado, que consta na Figura 02.

Figura 02. Enunciado da questão 150

Uma pessoa possui um terreno em forma de um pentágono, como ilustrado na figura.



Sabe-se que a diagonal AD mede 50 m e é paralela ao lado BC , que mede 29 m. A distância do ponto B a AD é de 8 m e a distância do ponto E a AD é de 20 m. A área, em metro quadrado, deste terreno é igual a

- (A) 658.
- (B) 700.
- (C) 816.
- (D) 1 132.
- (E) 1 632.

Figura 2. Questão 150

Fonte: ENEM 2018

A resolução da questão, considerando as habilidades apresentadas na Base, é: EF07MA31 e EF07MA32, referentes às Grandezas e Medidas, onde são tratados “[...] Cálculo de áreas de triângulos e quadriláteros” e “[...] decomposição de figuras em polígonos regulares”, respectivamente. (BRASIL, 2018, p.308-309)

Referente ao campo geométrico são necessárias as habilidades: EF06MA18, EF06MA19 e EF06MA20, que são respectivamente: “[...] reconhecer, nomear e comparar os polígonos”; “[...] identificar as características dos triângulos” e “[...] identificar as características dos quadriláteros”. Para solucionar a questão, primeiro decomparamos a figura original em dois polígonos, os quais denominamos de regiões 1 e 2 (Figura 03).

Figura 03. Representação da solução da Questão 150.

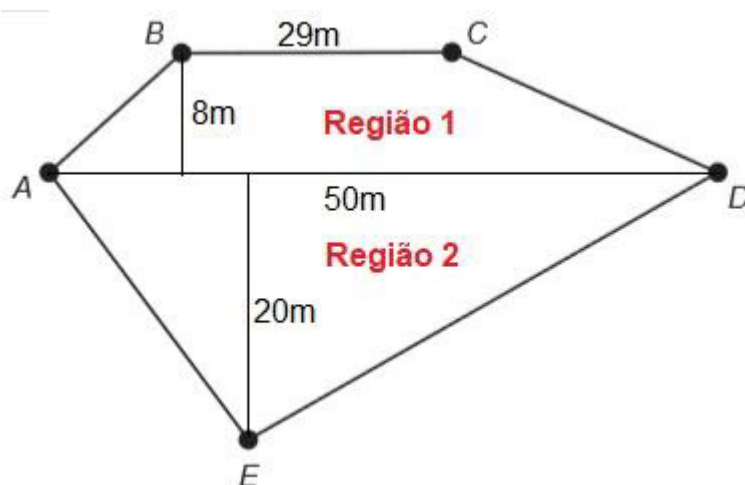


Figura 3. Representação da questão 150.

Fonte: Produção do autor

Analizamos separadamente os dois casos. No primeiro, temos o trapézio ABCD, cuja área (A_1) pode ser determinada por meio da seguinte fórmula: A_1

$=\frac{(B+b)h}{2}$. A região 2, delimitada pelos pontos ADE, possui formato triangular e sua área (A2) pode ser determinada por meio da seguinte fórmula: $A2 = \frac{(b)h}{2}$.

Calculando a área da região A1, temos: $A = \frac{(50+29).8}{2} = 316m^2$

Calculando a área da região A2, temos: $A = \frac{(50).20}{2} = 500m^2$

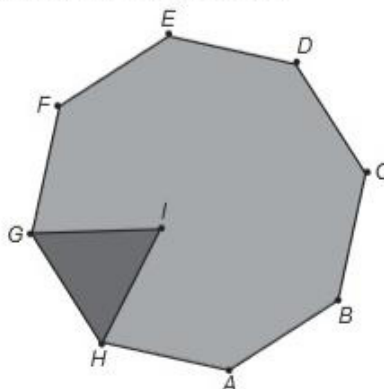
Como já temos o valor das áreas das duas regiões que são respectivamente um trapézio e um triângulo, para encontrar a área total precisamos somar as duas áreas. Daí, decorre que $316m^2 + 500m^2 = 816m^2$. Portanto, temos como resposta a alternativa C.

3.1.4 Análise da Questão 155

O enunciado da Questão 155 está presente na Figura 04.

Figura 04. Enunciado da Questão 155

As Artes Marciais Mistas, tradução do inglês: MMA – *mixed martial arts*, são realizadas num octógono regular. De acordo com a figura, em certo momento os dois lutadores estão respectivamente nas posições G e F, e o juiz está na posição I. O triângulo IGH é equilátero e \widehat{GIF} é o ângulo formado pelas semirretas com origem na posição do juiz, respectivamente passando pelas posições de cada um dos lutadores.



A medida do ângulo \widehat{GIF} é

- A** 120°
- B** 75°
- C** 67,5°
- D** 60°
- E** 52,5°

Figura 4. Questão 155

Fonte: ENEM 2018

A questão trata de uma abordagem do pensamento métrico no conteúdo de medidas de ângulos e envolve uma figura geométrica, o octógono. A sua resolução envolve as habilidades: EF06MA25 e EF07MA24, que tratam respectivamente de “[...] reconhecer a abertura dos ângulos associadas às figuras geométricas” e “[...] reconhecer a existência dos triângulos e os seus tipos”. (BRASIL, 2018, p.303 e 309).

Como o triângulo GIH é equilátero e o octógono é regular, então os segmentos GI e FG possuem a mesma medida e determinam, portanto, um triângulo GFI do tipo isósceles. Contudo, precisaremos utilizar a fórmula para calcular o ângulo interno de um polígono de n lados, neste caso, oito lados.

Assim: $\hat{A}ngulo = \frac{(n-2)180^\circ}{n}$ e, substituindo n pelo número de lados do polígono temos que a medida do ângulo interno do octógono é igual a 135° .

Outra forma de calcular o ângulo interno de um polígono convexo e regular é visualizar quantos triângulos inscritos ao polígono em questão, podem ser construídos com a união de três de seus pontos. Exemplo, no octógono, conseguimos construir seis triângulos, portanto, $6 \times 180^\circ = 1080$ agora dividindo pelo número de ângulos internos temos que: $1080 \div 8 = 135^\circ$ medida de cada ângulo interno.

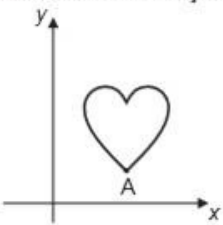
Assim, o ângulo $F\hat{G}H - H\hat{G}I = 135^\circ - 60^\circ = 75^\circ$, e, portanto, como o triângulo FGI é isósceles, temos que dois de seus ângulos são iguais, sendo eles: $\hat{F} = \hat{I}$. Logo, podemos montar uma equação algébrica para descobrir o valor dos dois ângulos, $2x + 75^\circ = 180^\circ$ e concluímos que $x = 52,5^\circ$, sendo esse valor a medida dos ângulos $\hat{F} = \hat{I}$, o que nos leva à alternativa E.

3.1.5 Análise da Questão 165

A Questão 165 aborda os conteúdos geométricos de simetria, translação, reflexão e rotação de figuras, em sua resolução, o que demanda a habilidade EF07MA21, que corresponde a: “Reconhecer e construir figuras obtidas por simetrias de translação, rotação e reflexão, usando instrumentos de desenho ou softwares de geometria dinâmica e vincular esse estudo a representações planas de obras de arte, elementos arquitetônicos, entre outros.” (BRASIL, 2018, p.309). O enunciado da Questão encontra-se na Figura 05.

Figura 05. Enunciado da Questão 165 – ENEM 2018.

Isometria é uma transformação geométrica que, aplicada a uma figura, mantém as distâncias entre pontos. Duas das transformações isométricas são a reflexão e a rotação. A reflexão ocorre por meio de uma reta chamada eixo. Esse eixo funciona como um espelho, a imagem refletida é o resultado da transformação. A rotação é o “giro” de uma figura ao redor de um ponto chamado centro de rotação. A figura sofreu cinco transformações isométricas, nessa ordem:




- 1ª) Reflexão no eixo x ;
- 2ª) Rotação de 90 graus no sentido anti-horário, com centro de rotação no ponto A;
- 3ª) Reflexão no eixo y ;
- 4ª) Rotação de 45 graus no sentido horário, com centro de rotação no ponto A;
- 5ª) Reflexão no eixo x .


Disponível em: www.pucsp.br. Acesso em: 2 ago. 2012.

Qual a posição final da figura?


A




D



B



E



C




Figura 5. Questão 165

Fonte: ENEM 2018

Para resolver a presente questão, basta seguir os passos que são fornecidos no enunciado e conseguir, através da percepção visual, identificar as posições da figura em relação aos seus respectivos itens. No primeiro item temos reflexão no eixo x , portanto, teremos o eixo x como base. Daí decorre que a figura fica abaixo do eixo x .

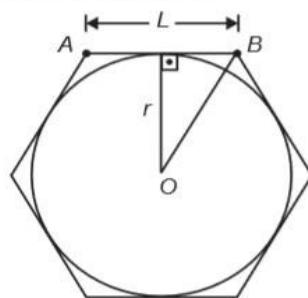
No segundo item ficamos com a figura na horizontal, paralela ao eixo x e no lado positivo do mesmo. Após a aplicação do terceiro item temos a figura na horizontal e do lado negativo do eixo x . No quarto item temos a figura inclinada no segundo quadrante e após a ação do último item chegamos à posição indicada na alternativa C.

3.1.6 Análise da Questão 170

A próxima questão que analisamos tem o enunciado apresentado na Figura 06.

Figura 06. Enunciado da Questão 170

Um brinquedo chamado pula-pula, quando visto de cima, consiste de uma cama elástica com contorno em formato de um hexágono regular.



Se a área do círculo inscrito no hexágono é 3π metros quadrados, então a área do hexágono, em metro quadrado, é

- Ⓐ 9
- Ⓑ $6\sqrt{3}$
- Ⓒ $9\sqrt{2}$
- Ⓓ 12
- Ⓔ $12\sqrt{3}$

Figura 6. Questão 170

Fonte: ENEM 2018

A questão envolve o cálculo da área do hexágono regular circunscrito em uma circunferência representada pelo pula-pula. O aluno precisa saber calcular a área do círculo e saber que o hexágono regular é composto por seis triângulos equiláteros, portanto, usamos o cálculo da área do triângulo como base, o que está relacionando com as seguintes habilidades da BNCC:EF07MA32; e EF08MA19.

Essas habilidades correspondem, respectivamente, a: Área de figuras planas e Cálculo da área de figuras geométricas e círculo. (BRASIL, 2018).

A área do círculo, de acordo com o enunciado, é dada por $3\pi \text{ m}^2$ e a fórmula da área do círculo é dada pelo produto πr^2 , onde r é o raio da circunferência. Logo, neste caso, o raio é igual a $\sqrt{3}$, já que $r^2 = 3$. Como o hexágono é regular, é composto por seis triângulos equiláteros, assim, aplicando o Teorema de Pitágoras para descobrir o valor de um dos lados do triângulo da figura temos: $l^2 = \left(\frac{l}{2}\right)^2 + (\sqrt{3})^2$.

Desenvolvendo este cálculo, obtemos o lado do triângulo equilátero como sendo igual a 2, ou seja, $L = 2$, e, calculando a área do triângulo pela fórmula geral já mencionada anteriormente, temos: $\frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$. Portanto, calculada a área de um triângulo, basta multiplicá-la por seis para termos a área do pula-pula, que é igual a $6\sqrt{3}$. Logo, temos como resposta a alternativa B.

3.1.7 Análise da Questão 174

A questão seguinte envolve, além do cálculo da área de um círculo, o conteúdo Escala, o qual está presente no campo das Grandezas e Medidas, e seu enunciado se encontra na Figura 07.

Figura 07. Enunciado da Questão 174

A figura a seguir representa parte da planta de um loteamento, em que foi usada a escala 1 : 1 000. No centro da planta uma área circular, com diâmetro de 8 cm, foi destinada para a construção de uma praça.

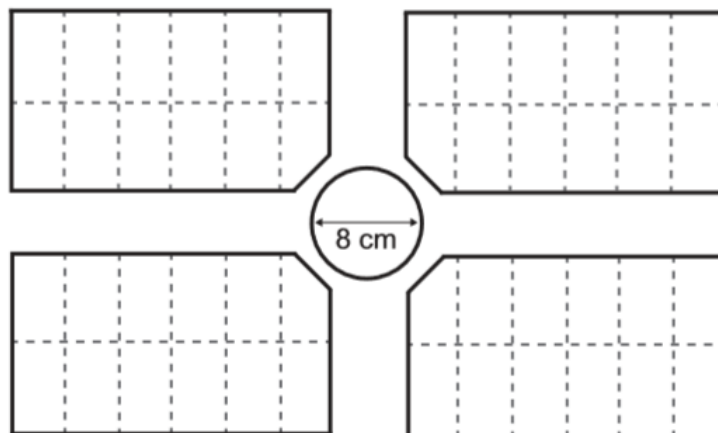


Figura 7. Questão 174

Fonte: ENEM 2018

Como alternativas de respostas à pergunta (“O diâmetro real dessa praça, em metros, é:”), a questão indicava:

- (A) 1 250
- (B) 800
- (C) 125
- (D) 80
- (E) 8

Para resolver esta questão são demandadas as habilidades: EF08MA13; EF07MA17; e (EF07MA33), dadas respectivamente por: Grandezas diretamente proporcionais e inversamente proporcionais, Proporcionalidades e elementos de uma circunferência e suas relações (BRASIL, 2018, p.313, 307 e 309).

Como se trata de uma questão que envolve o conceito de escala e está é igual a 1 : 1000, significa dizer que a cada centímetro no papel equivale a 1000 cm no tamanho real. Como a fórmula da escala é: $E = \frac{d}{D}$ onde E = escala, d = distância no desenho e D = distância real, substituindo os valores dados no enunciado temos que: $\frac{1}{1000} = \frac{8}{D}$. Isso implica que o valor do diâmetro real é igual a 8000 cm e, convertendo o resultado para metros, como propõe a

questão, tem que o diâmetro da praça é igual a: $\frac{8000}{100} = 80$ metros, portanto, alternativa D.

3.2 ANÁLISE DAS QUESTÕES RELATIVAS A CONTEÚDOS DE GEOMETRIA ESPACIAL

3.2.1 Análise da Questão 144

A Questão 144 envolve o cálculo de área de um telhado com informações adicionais no enunciado apresentado em seguida, com imagem presente na Figura 08, porém, a questão também envolve o pensamento métrico.

O enunciado da questão é: *A inclinação de um telhado depende do tipo e da marca das telhas escolhidas. A figura é o esboço do telhado da casa de um específico proprietário. As telhas serão apoiadas sobre a superfície quadrada plana ABCD, sendo BOC um triângulo retângulo em O. Sabe-se que h é a altura do telhado em relação ao forro da casa (a figura plana ABOE), b = 10 é o comprimento do segmento OB, e d é a largura do telhado (segmento AB), todas as medidas dadas em metro.*

Figura 08. Imagem do telhado da Questão 144

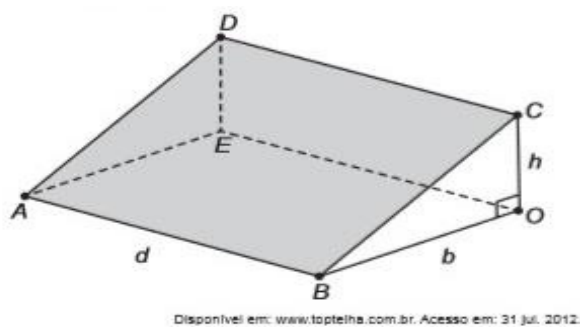


Figura 8. Questão 144

Sabe-se que, em função do tipo de telha escolhida pelo proprietário, a porcentagem i de inclinação ideal do telhado, descrita por meio da relação $i = h \cdot 100/b$, é de 40%, e que a expressão que determina o número N de telhas necessárias na cobertura é dada por $N = d^2 \cdot 10,5$. Além disso, essas telhas são vendidas somente em milheiros. O proprietário avalia ser fundamental respeitar a inclinação ideal informada pelo fabricante, por isso argumenta ser necessário adquirir a quantidade mínima de telhas correspondente a:

- (A) Um milheiro*
- (B) Dois milheiros*
- (C) Três milheiros*
- (D) Seis milheiros.*

A questão em análise envolve os dois tipos de pensamento, métrico e geométrico, com uma tangência em assuntos de porcentagem, e são necessárias, para sua resolução, as habilidades EF08MA19; EF07MA32; EF06MA20 e EF06MA18, compreendidas por, respectivamente: Cálculo de área de figuras planas, área e decomposição de figuras, identificar as características dos quadriláteros e reconhecer e comparar polígonos. (BRASIL, 218, p. 303, 309 e 315).

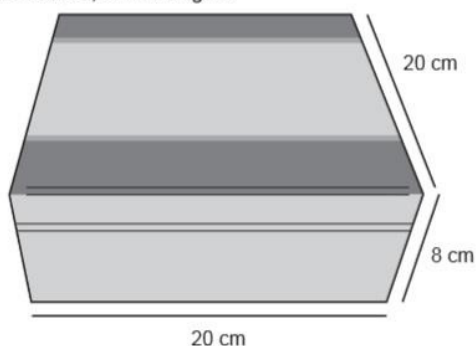
O valor da taxa é $i = 40\%$, isto é $i = 0,4$, na notação decimal. Substituindo os valores na formula dada no enunciado da questão, temos que, $0,4 = \frac{h}{10}$, isso implica que $h = 4$. Usando o Teorema de Pitágoras temos: $(BC)^2 = 4^2 + 10^2$, portanto, $(BC) = \sqrt{116}$. Como ABCD é um quadrado, temos que $d = (BC)$. Logo, para calcularmos o número de telhas usando a fórmula proposta na questão, segue: $N = (\sqrt{116})^2 \cdot 10,5 = 1218$ Telhas. Como as telhas só são vendidas em milheiros são necessários dois milheiros para cobrir o telhado, logo, a resposta é: alternativa B.

3.2.2 Análise da Questão 154

Na Questão que segue (Figura 09) temos como assunto principal o cálculo do volume de um sólido geométrico e uma dedução que envolve a capacidade de visualização para facilitar a resolução da mesma. Para podermos resolvê-la usamos as habilidades: EF06MA24; EF07MA30; e EF08MA21, respectivamente dadas por: Cálculo de área e volume de figuras planas e espaciais, Cálculo de volume de blocos retangulares, volume de blocos retangulares. (BRASIL, 2018, p.303, 309 e 315).

Figura 09. Enunciado da Questão 154

Uma fábrica comercializa chocolates em uma caixa de madeira, como na figura.



A caixa de madeira tem a forma de um paralelepípedo reto-retângulo cujas dimensões externas, em centímetro, estão indicadas na figura. Sabe-se também que a espessura da madeira, em todas as suas faces, é de 0,5 cm.

Qual é o volume de madeira utilizado, em centímetro cúbico, na construção de uma caixa de madeira como a descrita para embalar os chocolates?

- A 654
- B 666
- C 673
- D 681
- E 693

Figura 9. Questão 154

Fonte: ENEM 2018

O volume da madeira da caixa é dado pelo volume externo menos o volume interno da caixa. Denotamos o volume externo por $V_e = (20 \cdot 8 \cdot 20) = 3200 \text{ cm}^3$ e denotamos o volume interno por $V_i = (20 - 0,5 - 0,5) \cdot (20 - 0,5 - 0,5) \cdot (8 - 0,5 - 0,5) = 2527 \text{ cm}^3$.

Vale salientar que 0,5 cm são retirados duas vezes por aparecerem nos dois lados de cada face, o esquerdo e direito ou em cima e em baixo, dependendo da face estudada. Portanto, o volume de madeira da caixa é igual

a: $3200 - 2527 = 673 \text{ cm}^3$ o que nos leva à alternativa C. A resolução da Questão demanda as habilidades: EF06MA24; EF07MA30; e EF08MA21. (BRASIL, 2018, 218, p.303, 309 e 315), mesmas da questão anterior e já citadas.

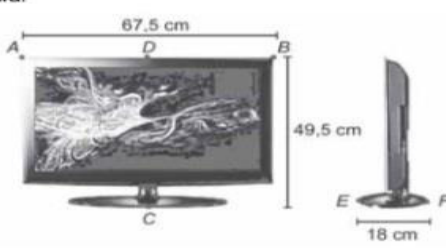
3.2.3 Análise da Questão 160

A próxima Questão mesmo envolvendo uma caixa em um formato de paralelepípedo ou um bloco reto retangular, que é um sólido geométrico, tem sua essência integralmente no campo de Grandezas e Medidas, com o cálculo de medidas de uma caixa de papelão.

O Enunciado da questão se encontra presente na Figura 10.

Figura 10. Enunciado da Questão 160.

Uma empresa especializada em embalagem de papelão recebeu uma encomenda para fabricar caixas para um determinado modelo de televisor, como o da figura.



A embalagem deve deixar uma folga de 5 cm em cada uma das dimensões. Esta folga será utilizada para proteger a televisão com isopor. O papelão utilizado na confecção das caixas possui uma espessura de 0,5 cm.

A empresa possui 5 protótipos de caixa de papelão, na forma de um paralelepípedo reto-retângulo, cujas medidas externas: comprimento, altura e largura, em centímetro, são respectivamente iguais a:

- Caixa 1: $68,0 \times 50,0 \times 18,5$
- Caixa 2: $68,5 \times 50,5 \times 19,0$
- Caixa 3: $72,5 \times 54,5 \times 23,0$
- Caixa 4: $73,0 \times 55,0 \times 23,5$
- Caixa 5: $73,5 \times 55,5 \times 24,0$

O modelo de caixa de papelão que atende exatamente as medidas das dimensões especificadas é a

- ☐ A caixa 1.
- ☐ B caixa 2.
- ☐ C caixa 3.
- ☐ D caixa 4.
- ☐ E caixa 5.

Figura 10. Questão 160

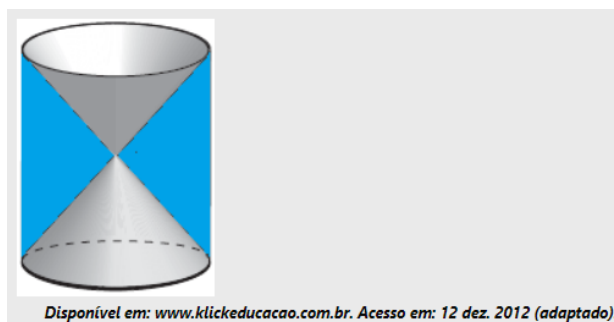
Fonte: ENEM 2018.

Para resolvermos essa Questão precisamos apenas visualizar as medidas e interpretá-las adequadamente, uma vez que todas as dimensões devem ter uma folga de 5,0cm e a espessura do papelão é de 0,5 cm. Observe que devemos contar com 1,0 cm de papelão, pois a caixa possui duas faces opostas, logo, será dada por $0,5\text{cm} + 0,5\text{cm}$. Assim, temos $67,5 + 6 = 73,5\text{cm}$ de comprimento, $49,5 + 6 = 55,5\text{cm}$ de altura e $18 + 6 = 24 \text{ cm}$ de largura. Ou seja, alternativa E.

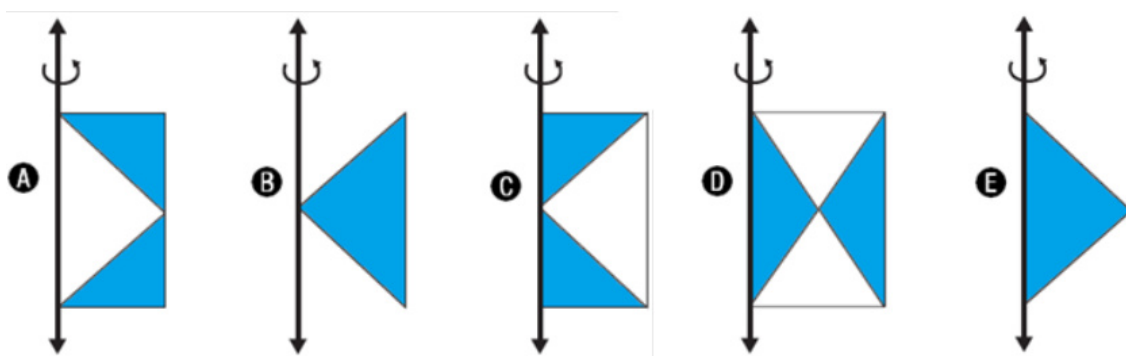
Em sua resolução a principal habilidade demandada é a EF07MA29, ou seja, “Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de grandezas inseridos em contextos oriundos de situações cotidianas ou de outras áreas do conhecimento, reconhecendo que toda medida empírica é aproximada” (BRASIL, 2018, p.309), além da percepção visual e lógica.

3.2.4 Análise da Questão 178

A Questão 178 tem como enunciado o que segue: *A figura mostra uma anticlepsidra, que é um sólido geométrico obtido ao se retirar dois cones opostos pelos vértices de um cilindro equilátero, cujas bases coincidam com as bases desse cilindro. A anticlepsidra pode ser considerada, também, como o sólido resultante da rotação de uma figura plana em torno de um eixo.*



A figura plana cuja rotação em torno do eixo indicado gera uma anticlepsidra como a da figura acima é:



A questão envolve o pensamento geométrico e demanda a habilidade EF08MA18 em sua resolução, a qual trata das transformações geométricas (BRASIL, 2018). A alternativa correta é a letra B, o que podemos explicar melhor através de uma sequência de imagens (Figura 11), que trata de uma

sequência de imagens correspondente à rotação de uma figura, observando-se o que acontece após os giros, em cada passo.

Figura 11. Passos da rotação da figura geradora da clepsidra.

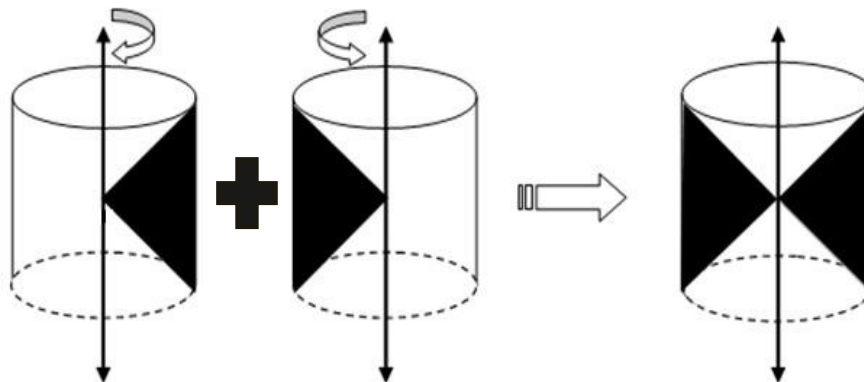


Figura 11. Questão 178

Fonte: Produção do autor

Embora consideremos que a Questão envolve um procedimento de resolução relativamente simples, entendemos que é preciso que o estudante tenha vivenciado, em sala de aula, a realização de experimentos envolvendo esse tipo de ação (rotação de figuras em torno de um eixo), para poder ser capaz de visualizar o resultado da rotação, para cada alternativa da Questão.

Como destacam Rêgo, Rêgo e Gaudêncio Junior (2018), a capacidade de percepção plana e espacial precisa ser desenvolvida ao longo da Educação Básica, o que demanda a realização de atividades específicas com esse objetivo, a exemplo de montagem de planificações, construção de esqueletos de poliedros e desenhos de vistas.

Podemos também, abrir um parêntese para afirmar que existe relação direta do assunto presente nesta questão com a grade curricular das disciplinas iniciais (cálculo1 e cálculo vetorial) dos cursos que envolvem as áreas exatas como, por exemplo, matemática, física, engenharia entre outros. Pois, existem alunos que ingressam na universidade sem conhecer tal habilidade e para compreender e acompanhar o andamento do curso se torna maior o grau de dificuldade.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A Geometria e Grandezas e medidas foram os temas centrais da nossa pesquisa e buscamos fazer um paralelo com a proposta do ENEM e o que a BNCC afirma em relação a ambos os assuntos distribuídos nas series do Ensino Fundamental aos anos finais e ao Ensino Médio. Portanto, nosso principal objetivo foi Identificar os temas de Geometria Plana e Espacial (GPE) explorados com maior frequência no ENEM, incluindo os associados ao pensamento métrico, e suas relações com a BNCC.

Em argumentação do que foi exposto no decorrer de todos os capítulos do nosso trabalho, compreendemos que foi concretizado o objetivo de nossa pesquisa não ocorrendo conflitos quanto ao seu processo de desenvolvimento, uma vez que o acesso ao material de pesquisa é publicamente fornecido como informações em redes e sites na internet, o que favoreceu a nossa metodologia.

Convergindo para os resultados da nossa pesquisa, podemos observar que as questões do ENEM são em sua maioria compostas por assuntos que devem ser tratados no Ensino Fundamental nos anos finais e em porção mais reduzida é constituída de assuntos do Ensino médio, considerando como guia a BNCC.

Elaborando nosso trabalho, pudemos perceber que todas as questões do ENEM que analisamos possuem relação com os temas propostos pela BNCC, ainda que esta ainda não estivesse em rigor no ano em questão. Assim, entendemos que os conteúdos das grades curriculares do Ensino Fundamental e Médio oferecidos pelas escolas públicas e privadas, quando seguirem o que a Base propõe, não implicaram em muitas demandas novas, uma vez que conseguimos mostrar como resultado da nossa pesquisa que já existe estreita relação entre ambos.

Em suma, os assuntos de Geometria e Grandezas e medidas são de grande relevância para um bom desempenho no Exame Nacional do Ensino Médio e para melhor compreender o mundo e a presença destes temas nele, devido à utilidade da Geometria e Grandezas e medidas no cotidiano. Estes dois temas devem ser trabalhados de maneira adequada na Educação Básica

pelos professores de Matemática, em razão de sua importância para a formação dos estudantes.

A pesquisa foi importante, na medida em que nos levou a nos debruçarmos sobre a Base Nacional Comum Curricular, novo documento que passa a regular a Educação Básica brasileira, sendo fundamental que os professores o conheçam e reflitam sobre sua relação com os conteúdos explorados nesse nível de escolaridade.

Embora os exames de larga escala não devam ser a referência que o professor deva adotar para sua prática, é importante compreendermos sua relação com os conteúdos curriculares, sendo nosso interesse ampliar nossa pesquisa, estudando o desempenho de estudantes da educação básica em questões de Geometria e Grandezas e medidas, considerando as estratégias que adotam e as principais dificuldades que encontram ao resolvê-las.

REFERÊNCIAS

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais – Matemática**. Ensino de quinta à oitava série. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC / SEF, 1998: terceiro e quarto ciclos.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular – Matemática**: Ensino Fundamental e Ensino Médio. Brasília: 2018.

JEZINE, Edineide. **Metodologia do Trabalho Científico**. In: SILVA, Antonio Sales (Org.). Licenciatura em Matemática a Distância. 1ed. João Pessoa: Liceu, 2007, v. 01, p. 73-134.

RÊGO, Rogéria G; RÊGO, Rômulo M.; GAUDÊNCIO JÚNIOR, Severino. **A geometria do Origami**. João Pessoa: CCTA, 2018.

VAN DE WALLE, John A., **Matemática no Ensino fundamental. Formação de professores e aplicação em sala de aula**. 6 ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

Endereços eletrônicos consultados:

<http://portal.inep.gov.br/web/guest/enem/historico>

<http://portal.inep.gov.br/web/guest/enem>